DOI:10.16016/j.1000-5404.1989.03.001

论 著

冠状动脉的最优化问题*

姜宗来 何光篪 （解剖学教研室）

提 要 本文应用Murray氏最小能量原理，分别对人和狗冠状动脉铸型的334个和245个“Y”型分支的形态特征进行了定量分析。将各分支的主管和两分支管的半径及夹角角度的实测值与最优化理论值相比较，得到两者的百分比误差。结果表明，人和狗冠状动脉分支结构基本符合最小能量原理，理论分析能够反映冠状动脉分支的形态特征。对人和狗冠状动脉的分支特征进行比较，认为人冠状动脉的分支结构与狗冠状动脉相比，在一定程度上更符合最优化原理。

关键词 动脉；生物力学

生物经过长期的进化，其形态结构和生理功能均将尽可能与其生存环境相适应。借助工程学的理论和方法作定量分析是揭示生物形态结构特征的途径之一。工程上的最优化问题是假定某种目标泛函并选择设计参数，使得目标泛函最小，把最优化问题当作数学中的极小值问题处理，以追求最经济性。生物的某一结构也可以认为有一个目标泛函，它取最小值就意味着生物的这一结构对于生物适应当前生存的环境是最优化的，即最有利于该结构实现其生理功能。血管系形态的最优化问题，主要是血管以什么样的形态特征（如分支口径、角度等）来保证物质运输及交换功能的最佳实现。

人体和某些动物血管系的最优化问题，国外已有一些报道[1~8]，其中对冠状动脉最优化问题的研究很少。Hutchins等在X线造影片上分析人左冠状动脉主干、前室间支及旋支的半径与夹角的最优化问题[4]。Zamir和Brown在研究人体部分血管分支的最优化问题时，涉及了2例冠状动脉[5]。Zamir等报道了大鼠冠状动脉的最优化问题[6]。国内有关血管系最优化问题的报道尚未见到。本文采用血管铸型标本，对人和狗冠状动脉各级分支的半径及分支角度，应用最优化理论进行分析。

* 国家自然科学基金资助项目

材 料 和 方 法

5例男性尸体，年龄18～25岁，非心脏病死亡，死后2～12h内，解剖取心待用。

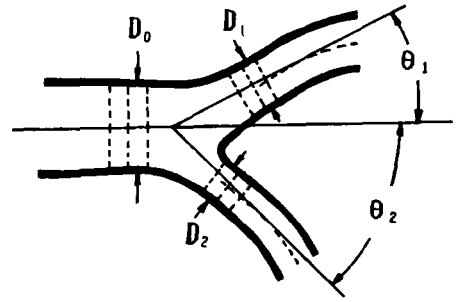
5例健康成年杂种家狗，两性兼用，体重11～14kg。动物麻醉、静脉注射肝素（10mg/kg体重，1 mg=125u）后，解剖取心待用。

上述心脏标本制成冠状动脉环氧树脂铸型。填充剂灌注压力13.3kPa，持续时间约10min。填充剂固化后的收缩率为0.62%，详细方法参阅文献[9]。

用JTL-I型台式显微投影仪，测量冠状动脉树各级分支中的“Y”型分支结构。测量误差：长度小于0.001mm，角度小于0.1°。本文共测量人左冠状动脉分支180个，右冠状动脉分支154个；狗左冠状动脉分支165个，右冠状动脉分支80个。

测量方法

如附图所示，一个“Y”型分支的主管轴线与



附图 冠状动脉分支测量示意图

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

两分支管轴线的切线相交。分别测量主管直径D、两分支管的直径D_1和D_2以及主管轴延长线与两支管轴线的切线之夹角θ_1和θ_2。

理论分析与数据处理

血管系最优化问题的研究，首先应用的是Murray的最小能量原理[1]。假设一段圆直血管，单位时间内所消耗的能量，由管内血液单位时间内所损失的能量（即所作的功），与单位时间内维持该血管本身组织代谢所需要的能量两部分之和构成。以单位时间内所消耗的能量定为血管的目标泛函。目标泛函取最小值时的血管形态结构为最优结构，即这种结构可以用最小的能量消耗，得到最大的流量。当血管的长度L和流量Q给定时，血管的最优半径R，可以通过目标泛函对R求最小值的方法得出。血管的最优半径正比于Q的1/3次幂[3][8]。

冠状动脉系统可以看作由若干个“Y”型分支结构组合而成。如果冠状动脉系统满足最优条件，每一段血管必须是最优化的，同时系统也必须是以最优方式结合而成，作为冠状动脉树一部分的“Y”型分支结构也必须满足最优条件。从而，理论上可以推导出，“Y”型分支结构主管和两支管半径及夹角的关系为：

$$R_0'=(R_1^3+R_2^3)^{\frac{1}{3}} \quad \cdots\cdots (1)$$

$$\theta_1'=\arccos\left[\frac{R_0^4+R_1^4-(R_0^3-R_1^3)^{\frac{4}{3}}}{2R_0^2R_1^2}\right] \quad \cdots\cdots (2)$$

$$\theta_2'=\arccos\left[\frac{R_0^4+R_2^4-(R_0^3-R_2^3)^{\frac{4}{3}}}{2R_0^2R_2^2}\right] \quad \cdots\cdots (3)$$

式中，R_0'、θ_1'、θ_2'分别为主管半径、主管轴延长线与两支管轴线的切线之夹角的理论值。R_0、R_1和R_2分别为主管和两支管半径的实测值[1][3][8]

将R_0、R_1和R_2分别代入方程（1）～（3），求得R_0'、θ_1'和θ_2'；再将理论值R_0'、θ_1'和θ_2'和实测值R_0、θ_1和θ_2分别代入下列方程，求得两者的百分比误差：

$$\left.\begin{aligned} E&=100\left|\frac{R_0-R_0'}{R_0'}\right|\% \\ E_1&=100\left|\frac{\theta_1-\theta_1'}{\theta_1'}\right|\% \\ E_2&=100\left|\frac{\theta_2-\theta_2'}{\theta_2'}\right|\% \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (4)$$

式中，E、E_1和E_2分别表示主管半径、主管轴延长线与两支管轴切线之夹角的理论值与实测值之百分比误差。

结果和讨论

人和狗左、右冠状动脉分支半径、角度理论值与实测值的百分比误差E、E_1和E_2见表1和表2。

由表1可知，E、E_1和E_2小于20%者，人左冠状动脉分别为95%、63.9%和95.5%；右冠状动脉分别为96.7%、61.7%和91%。

表1　人冠状动脉分支半径、角度理论值与实测值的百分比误差

百分比误差范围(%)	左冠状动脉						右冠状动脉					
	E***		E_1+		E_2**		E+		E_1++		E_2*	
	例数	%	例数	%	例数	%	例数	%	例数	%	例数	%
0～10	136	75.6	57	31.7	85	47.2	114	74.0	38	24.7	76	49.4
11～20	35	19.4	58	32.2	87	48.3	35	22.7	57	37.0	64	41.6
21～30	8	4.4	51	28.3	8	4.5	4	2.6	49	31.8	12	7.8
30以上	1	0.6	14	7.8	0	0	1	0.7	10	6.5	2	1.2
合计	180	100	180	100	180	100	154	100	154	100	154	100

注：与狗相比（详见正文）

*0.05＞P＞0.025　**0.025＞P＞0.01　***P＜0.005　+0.5＞P＞0.05　++0.995＞P＞0.975

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 2　狗冠状动脉分支半径、角度理论值与实测值的百分比误差

百分比误差范围(%)	左冠状动脉						右冠状动脉					
	E***		E_1'		E_2**		E+		E_1++		E_2*	
	例数	%	例数	%	例数	%	例数	%	例数	%	例数	%
0～10	100	60.6	39	23.6	69	41.8	59	73.8	16	20.0	28	35.0
11～20	48	29.1	55	33.3	75	45.5	13	16.2	31	38.8	35	43.8
21～30	8	4.8	57	34.5	18	10.9	4	5.0	24	30.0	15	18.7
30以上	9	5.5	14	8.6	3	1.8	4	5.0	9	11.2	2	2.5
合　计	165	100	165	100	165	100	80	100	80	100	80	100

注：与人相比（详见正文）　+0.5>P>0.05　++0.995>P>0.975
*0.05>P>0.025　**0.025>P>0.01　*** P<0.005

由表2可知，E、E_1和E_2小于20%者，狗左冠状动脉分别为89.7%、56.9%和87.3%；右冠状动脉分别为90%、58.8%和78.8%。

上述结果表明，人和狗冠状动脉的分支结构基本符合最小能量原理，最优化理论分析能够反映冠状动脉分支管径和角度的形态特征。

将人和狗冠状动脉分支半径、角度理论值与实测值百分比误差E、E_1和E_2的构成比进行比较。经对数似然比检验表明，人与狗左冠状动脉的E、E_2和右冠状动脉的E_2的构成比不同，人左冠状动脉的E、E_2和右冠状动脉的E_2，在0～10%范围的比例高于狗；而人与狗左冠状动脉的E_1、右冠状动脉的E和E_1的构成比无显著差异（见表1和表2）。可以认为，人冠状动脉的分支结构在一定程度上比狗更符合最优化原理。

Hutchins等在X线造影片上，分析人左冠状动脉主干、前室间支及旋支半径与夹角的最优化问题，得出半径实测值与理论值相符，分支角度实测值与理论值不一致的结论[4]。Zamir和Brown也从X线造影片的观察得出人冠状动脉的分支半径、夹角的实测值均低于最优化理论值[5]。Zamir等还在大鼠冠状动脉，得到与人者相同的结论[6]。在X线造影片上，测量冠状动脉分支的角度，由于投照位置的变化，可能引起分支角度显影的变化，影响测量的准确性。然而，投照角度对充盈血管管径的显影影响不大，冠状动脉分支结构的$R_0=(R_1^{\frac{1}{3}}+R_2^{\frac{1}{3}})^3$这一最优化规律，对临床冠状动脉造影仍有参考价值。

本文观察人和狗冠状动脉的分支结构同样符合Roux定性法则[3]。冠状动脉分支的支管口径相等，则支管对称于主管轴的延长线；若支管大小不等，则细支管与主管轴延长线的夹角比粗支管与主管轴延长线的夹角大；当一个支管很细，另一支管很粗，细支管与主管轴大体上成直角。

（本文承蒙重庆大学生物工程研究中心王公瑞教授指正，谨此致谢！）

参考文献

1. Murray CD, et al. The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries. J Gen Physiol 1926; 9: 835
2. Kamiya A, et al. Theoretical relationship between the optimal models of the

（下转196页）

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

shows a 2-phase curve after burn, and it may be divided into 3-periods stress, modulation and functional activation and recovery; the rate of muturation of secretory granules is increased; a close relation between the blood sugar and some activities of GH cell secretion after burn presents; the autocrine shows a negative feedback to the exocytosis in the control group, and a positive feedback in burned ones; the newly formed mitochondria may be originated from the new Golgi complex from the reutilization of plasma components.

Key words: Pituitary gland/UL; Sugar/AN; Burns/PP; Feedback

(上接163页)

vascular tree. Bull Math Biol 1974; 36:311

3. 吴云鹏、陶祖莱译。生物流变学。北京：科学出版社，1980

4. Hutchins GM, et al. Vessel caliber and branch-angle of human coronary artery branch-points. Circ Res 1976; 38:572

5. Zamir M, Brown N. Arterial branching in various parts of the cardiovascular system. Am J Anat 1982; 163:295

6. Zamir M, et al. Branching characteristics of coronary arteries in rats. Can J Physiol Pharmacol 1984; 62:1453

7. Sherman TF. On connecting large vessels to small. The meaning of Murray's law. J Gen Physiol 1981; 78:431

8. 戴克刚译。生物动力学：血液循环。长沙：湖南科学技术出版社，1986

9. 姜宗来。T_{31}环氧树脂固化剂在血管铸型中的应用。解剖学杂志，1988；11:68

(收稿：1989. 1. 2；修回:1989. 4. 5)

Optimal Problems of Coronary Arterial Branches

Jiang Zonglai and He Guangchi(Department of Anatomy, Third Military Medical College)

This paper reports the results of the study of 334 bifurcations in the coronary arterial trees of human adults and 245 dogs. The morphological features of the bifurcations ard measured by a microprojector and analysed with Murray's minimum energy principle. The results accord with the theoretical predictions based on the optimal principle, except a low percentage of errors.

Key words: Arteries/AH; Biomechanics

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net